

Genetische Algorithmen als Evolutionsprogramme?

Eberhard Bertsch, Köhlerwaldstr. 45b, 58300 Wetter

Zusammenfassung: Verschiedene Arten sogenannter genetischer Algorithmen werden in Angewandter Mathematik und Informatik als spezielle Suchverfahren verwendet. Z. MICHALEWICZ, ein führender Vertreter dieses Forschungsgebietes, faßt empirische und theoretische Erkenntnisse über solche Algorithmen zusammen. Im vorliegenden Artikel werden die Grundthesen des Autors vorgestellt und erörtert.

Zbigniew MICHALEWICZ (1992) erörtert Algorithmen, die im weitesten Sinne von den aus der Biologie bekannten Prinzipien Mutation und Selektion Gebrauch machen.

Eine Population von individuellen Zeichenfolgen wird durch systematische, aber lokal zufällige Veränderungen der Zeichenketten und Auswahl der jeweils nach vorgegebenen Kriterien als beste bewerteten insgesamt schrittweise verändert.

Die Erwartung, daß dabei nach einer gewissen Zahl von Iterationen (Generationen) optimale Lösungen ermittelt werden, läßt sich offenbar überprüfen. Die genannte Methode tritt damit sozusagen als spezielle Alternative neben andere Suchverfahren, die in Mathematik und Informatik Verwendung finden.

Schon der Buchtitel bringt zum Ausdruck, daß der Autor die klassische Definition des Begriffs „Genetischer Algorithmus“ erweitern und für die so gewonnenen neuen Konzepte andere Bezeichnungen wählen will.

Den klassischen Begriff möchte er offenbar so verstanden wissen, daß die genannten zufälligen Veränderungen ausschließlich zeichenweise Mutationen einer linearen Zeichenfolge oder Rekombinationen vorhandener Stücke aus zwei Zeichenfolgen (Cross-overs) sein müssen. Alle Überlegungen in den ersten vier Kapiteln behandeln Fälle, bei denen eine solche Beschränkung grundsätzlich vorausgesetzt wird.

Das Buch beansprucht nun, eine erste umfassende Darstellung der bisher isolierten Literatur zum Thema, die in Fachzeitschriften und Tagungsbänden erschienen ist, zu liefern. Obwohl die Kerngedanken in mathematisch präziser Weise ausformuliert werden, stellt das Buch keine hohen Anforderungen an den Leser. Die Ansätze werden im übrigen an umfangreichen Beispielen erläutert. Die Mathematikkenntnisse aus den ersten beiden Jahren eines ingenieurwissenschaftlichen oder naturwissenschaftlichen Studiums sind durchweg hinreichend zum Verständnis des Textes.

Erste Beispiele

Als einführendes Beispiel werden Populationen aus 50 Individuen betrachtet, die in je 22 Bits mögliche Argumentwerte für das Produkt einer Sinus-Funktion mit einer linearen Funktion darstellen. In dem vorgegebenen Intervall besitzt die Produktfunktion 15 lokale Maxima und ein globales Maximum. Um das globale Maximum mit einer Genauigkeit von mehreren Dezimalziffern zu erreichen, werden etwa 100 Iterationen benötigt.

Ein weiteres Beispiel behandelt die Summe zweier Funktionen der bisherigen Art

$$f(x_1, x_2) = x_1 \sin(4\pi x_1) + x_2 \sin(20\pi x_2)$$

In dem betrachteten Teil der Ebene hat $f(x_1, x_2)$ mehrere hundert lokale Maxima. Das Selektionsverfahren wählt nicht absolut, sondern gibt den einzelnen Individuen (Punkten) lediglich eine Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von ihrer Bewertung durch die Funktion.

Es werden 1000 Iterationen durchgeführt. Interessanterweise ist das beste Individuum (dasjenige mit dem höchsten Funktionswert) nach 1000 Durchgängen schlechter als manche aus früheren Populationen. Algorithmisch ließe sich dies selbstverständlich leicht beheben, wenn jeweils einige bisherige Rekordhalter vor Löschung geschützt würden.

In einem nachfolgenden Abschnitt wird der Versuch unternommen, das Verhalten eines genetischen Algorithmus wahrscheinlichkeitstheoretisch zu beschreiben. Zentral ist dabei der Begriff des Schemas, also einer Zeichenfolge, in der einzelne Positionen unbestimmt bleiben.

Zum Beispiel repräsentiert das Schema

$$(1 * * 0 1)$$

die vier konkreten Zeichenfolgen

$$\begin{aligned} &(1 0 0 0 1), \\ &(1 0 1 0 1), \\ &(1 1 0 0 1) \\ \text{und} &(1 1 1 0 1). \end{aligned}$$

Aus der Annahme, daß die durch ein bestimmtes Schema dargestellten Strings überdurchschnittliche Bewertungen durch die Zielfunktion erhalten, lassen sich Aussagen über den voraussichtlichen Erfolg des Schemas im weiteren Verlauf der Iterationen herleiten. Es ist zu erwarten, daß zu einem späteren Zeitpunkt

ein größerer Anteil der dann vorhandenen Strings konkrete Ausprägungen eines solchen Schemas sind als zuvor.

Diese Erkenntnis ist nicht überraschend, da sie eigentlich nur die pauschale Wirksamkeit der Selektion hinsichtlich einzelner betrachteter Merkmale feststellt. Allerdings findet man leicht Beispiele, die diese theoretischen Aussagen im konkreten Einzelfall nicht bestätigen.

Ein schwieriges grundsätzliches Problem bei der Verwendung genetischer Algorithmen ist die Möglichkeit einer verfrühten Konvergenz zu lokalen Maxima. Gründe dafür lassen sich in der Struktur der Auswahl- und Bewertungsmethoden wie auch in speziellen Eigenschaften der zu optimierenden Funktionen selbst finden.

Hier wird deutlich, daß recht unterschiedliche und teilweise komplexe Voraussetzungen erfüllt sein müssen, um im konkreten Fall einen günstigen Verlauf der Generationsfolge zu erhalten. Die Schaffung geeigneter Voraussetzungen schließt die Definition problemabhängiger Mutations-Operatoren ein. Der Versuch, dem Problem durch genetische Meta-Algorithmen begegnen zu wollen, verschleiern etwas den Umstand, daß von seiten des Benutzers wesentliche Vorgaben erfolgen müssen.

Numerische Optimierung

In mehreren kurzen Abschnitten wird das Thema „Numerische Optimierung“ erörtert. Dabei tritt das zusätzliche Problem der Zahlen-Darstellung in den Vordergrund, das die Informatik von den technischen Teildisziplinen wie Schaltkreisentwurf und Rechnerarchitektur bis hin zu vielen Anwendungs-Gebieten durchzieht.

Insbesondere wurden Festkomma- und Gleitkomma-Formate bezüglich ihrer Eignung geprüft.

Es zeigt sich, daß die Gleitkomma-Darstellung wesentliche Vorteile aufweist. Auch läßt sie sich leichter für problemspezifische Operatoren ausnutzen.

Der Versuch, die Vorteile zusammenfassend zu beschreiben, wirkt dennoch unbefriedigend, da kein einzelner Aspekt als besonders wichtig herausragt. Vermutlich würde man wie in der allgemeinen Programmiermethodik auch Fälle finden können, in denen Gleitkommazahlen gerade nicht überlegen sind.

Wegen der Notwendigkeit, Mantissen und Exponenten zu trennen, ist die Komplexität der elementaren Operationen hier höher als bei Festkommazahlen. Allerdings läßt sich dieser Nachteil durch schnellere Berechnungen in der Bewertungsphase ausgleichen. An einigen konkreten Optimierungsfragen, die hier nicht im einzelnen aufgeführt werden sollen, diskutiert

der Autor Ansätze zur lokalen Feinabstimmung. Hierunter ist zu verstehen, daß nach einer gewissen Anzahl von Generationen mehr und mehr von der globalen Suche zur Verbesserung in Details übergegangen werden soll.

Dies läßt sich verwirklichen durch einfache Zusatz-Vorkehrungen:

Mit zunehmender Generationenzahl werden Bits mit geringem Stellenwert, also im (dezimalen) Beispiel einer Zahl

84532427

gerade die Ziffern 7,2,4,...

mit größer werdender Wahrscheinlichkeit mutiert, während die Wahrscheinlichkeit für eine Änderung höherwertiger Ziffern abnimmt.

Diese Operation wird „nicht-uniforme“ Mutation genannt (NUM).

Der Effekt dieser offensichtlich zielgerichteten Verbesserung des Verfahrens ist beeindruckend:

Mit NUM erreichen die Resultate (in ausgewählten Beispielen) selten eine geringere Genauigkeit als wenige Tausendstel eines Prozents, während ohne NUM kaum jemals ein Prozent erreicht wird.

Zur Erörterung der Frage, wie numerische Randbedingungen eines Optimierungsproblems zu behandeln sind, werden zwei vorhandene Programmsysteme (GENOCOP und GAFOC) an vielfältigen Beispielen experimentell verglichen. Zu einer abschließenden Aussage, die das eine System als dem anderen überlegen ausweisen könnte, kommt es allerdings nicht, da die Unterschiede weitgehend qualitativer Art sind.

GENOCOP verarbeitet lineare Gleichungen und Ungleichungen, die durch Einsetzen in der bekannten Weise vereinfacht werden. Bei der Suche nach Optima wurden spezielle Operatoren wie die genannte NUM-Mutation eingesetzt, weiterhin die Linearkombination zweier Vektoren, da Konvexität des Lösungsraums vorliegt.

GAFOC bietet demgegenüber ein iteratives Verfahren für eine Klasse von Funktionen

$I(x, u)$ mit $x = (x_0, \dots, x_n)$; $u = (u_0, \dots, u_{n-1})$,

die

$$x_{k+1} = ax_k + bu_k \quad (k = 0, 1, \dots, n-1)$$

sowie konstanten Randbedingungen für alle x_k , u_k genügen.

Für diese spezielle Klasse von Problemen liefert GAFOC sehr gute Ergebnisse. Die Iterationszahl liegt in den betrachteten Fällen allerdings bei einigen Tausenden.

In einem eigenen Kapitel werden allgemeine Vergleiche zwischen klassischen genetischen Algorithmen und solchen Ansätzen durchgeführt, die

MICHALEWICZ „evolution strategies“ nennt. Wie schon in der Einleitung des Buches wird der Gegensatz darin gesehen, daß genetische Algorithmen auf Mengen von einfachen Zeichenketten operieren, in denen jede Position gleichermaßen verändert werden kann, während Evolutionsstrategien komplexe Datentypen mit geradezu themenbezogenen Merkmalen manipulieren und dabei nicht alles gleichermaßen abändern können. In der vorwiegend verbalen Argumentation kommt der Autor zu dem Ergebnis, daß die beiden Betrachtungsweisen sich in gewisser Hinsicht nur unwesentlich unterscheiden, daß jedoch manche Ideen der einen oder anderen Schule entstammen und nach ihrer Veröffentlichung andernorts übernommen wurden.

Beispielsweise ist er der Ansicht, daß die Wahl von Gleitkommazahlen zuerst von den Vertretern der „evolution strategy“, die Verwendung von Rekombinations-Operatoren hingegen zuerst von den Forschern auf dem Gebiet der Genetischen Algorithmen eingeführt wurden.

Dieser Abschnitt bildet zugleich den Einstieg in die Behandlung von Optimierungs-Verfahren für eine Reihe von jeweils sehr spezifischen, nicht durchweg numerischen Problemen.

Transportprobleme

Lineare Transportprobleme gehören zu den am einfachsten verständlichen Optimierungsaufgaben überhaupt. Dabei werden maximale Ressourcen an verschiedenen Standorten einerseits und minimale Liefermengen an verschiedene Orte andererseits fest vorgegeben. Die Aufgabe besteht darin, die Transportkosten möglichst gering zu halten.

Jede Lösung besteht aus einer Angabe, wieviel von wo nach wo zu liefern ist. Hier zeigt sich, daß die einfache Bitstring-Darstellung von Lösungen bei zufälliger Veränderbarkeit zu schlechtem Verhalten des Optimierungsverfahrens führt.

Demgegenüber sind Matrixdarstellungen mit Quellorten als Zeilen und Zielorten als Spalten wesentlich günstiger.

**Das Kernanliegen könnte
man – etwas überzeichnet – so
darlegen: Plumpes
Herumprobieren bringt nichts!**

Der entscheidende Punkt ist, daß durch eine problembezogene Datenstruktur (nämlich die zweidimensionale Tabelle), die gerade nicht für beliebige andere Optimierungsaufgaben geeignet ist, wesent-

liche Vorteile entstehen. MICHALEWICZ kommt hier zum Kernanliegen seines Buches, das man – etwas überzeichnet – wie folgt darlegen könnte:

Plumpes Herumprobieren bringt nichts!

Der Lösungsraum wie auch die zulässigen Formen der darin auszuführenden, zufälligen Veränderungen müssen hochspezifischen Strukturbedingungen genügen, wenn überhaupt nützliche Ergebnisse erzielt werden sollen.

Auf diesen Punkt möchten wir weiter unten noch mehrmals zurückkommen.

Der „reisende Handelsvertreter“

Noch deutlicher wird das Prinzip der intelligenten Vorgabe von Datenstrukturen bei Verfahren zur Lösung des berühmten „Traveling Salesman Problem“ (TSP).

Zu minimieren sind dabei die Reisekosten eines Handelsvertreters, der n Städte besucht. Bekanntlich sind alle TSP-Algorithmen mit exakter Ausgabe zeitlich ineffizient. (Die NP-Vollständigkeit ist nachgewiesen). Also wird man sich ohnehin mit angenähert optimalen Lösungen zufrieden geben müssen.

Michalewicz zeigt, daß nicht nur hochgradig problembezogene Datenstrukturen erforderlich sind, sondern darüber hinaus ausdrücklich hierfür entwickelte Veränderungen. Eine Fülle von diesbezüglichen Lösungen werden diskutiert.

Um eine Version herauszustellen: Da jeder Ort der Reise nur einmal vorkommen soll, werden Rekombinationen so definiert, daß zunächst Stücke einer Route in eine andere übernommen werden, dann aber alle nicht in dem Stück enthaltenen Orte in ihrer ursprünglichen Teilreihenfolge einsortiert werden.

Es ist ganz offensichtlich, daß diese Art der Modifikation mit „Mutation“ und „Crossover“ im klassischen (unintelligenten) Sinne wenig zu tun hat.

Bei zwei Ausgangs-Kandidaten

$$p_1 = (1 \ 2 \ 3 \mid 4 \ 5 \ 6 \ 7 \mid 8 \ 9),$$

$$p_2 = (4 \ 5 \ 2 \mid 1 \ 8 \ 7 \ 6 \mid 9 \ 3)$$

entsteht so zunächst aus den mittleren Stücken

$$q_1 = (x \ x \ x \mid 1 \ 8 \ 7 \ 6 \mid x \ x),$$

$$q_2 = (x \ x \ x \mid 4 \ 5 \ 6 \ 7 \mid x \ x),$$

dann durch Einsortieren in der vorherigen Reihenfolge

$$r_1 = (2 \ 3 \ 4 \mid 1 \ 8 \ 7 \ 6 \mid 5 \ 9),$$

$$r_2 = (2 \ 1 \ 8 \mid 4 \ 5 \ 6 \ 7 \mid 9 \ 3).$$

(Die senkrechten Striche dienen lediglich der besseren Lesbarkeit.)

Viele weitere Planungsprobleme, darunter das sehr anschauliche Graphenzeichnungsproblem, bei dem beliebige Abhängigkeiten endlich vieler Elemente möglichst gleichmäßig und unkompliziert auf einer Zeichenfläche abgebildet werden sollen, lassen sich ebenfalls durch stark eingeschränktes Probieren der einen oder anderen Art behandeln. Das Graphenzeichnungsproblem tritt im Alltag immer dann auf, wenn verschiedenartige Beziehungen zwischen Institutionen oder Personen in Form von Pfeilen auf einem Blatt Papier darzustellen sind. Die Erfahrung zeigt, daß auch Menschen bei dieser Aufgabe mehrere, jeweils optimierende Anläufe unternehmen.

Die Einzelschritte eines solchen probierenden Suchens im Raum der zweidimensionalen Zeichnungen haben mit den genetischen Operationen Mutation, Selektion und Rekombination kaum mehr als den Namen gemeinsam.

Um überhaupt mögliche Lösungen zu finden, muß neben einer stark problembezogenen Art der Veränderung wiederum auf die Einhaltung vielfältiger Randbedingungen geachtet werden, deren bloße Formulierung schon erheblichen algorithmischen Aufwand erfordert.

Ein Beispiel mit offensichtlichen praktischen Anwendungen ist die Erstellung eines Stundenplans. Die Objekte, die dabei verändert (im wesentlichen: vertauscht) werden dürfen, sind Fächer, Klassen, Räume und Lehrer. Jede bloß zeichenweise Veränderung ist hier (selbstverständlich) belanglos. Die weitgehende Bedeutung der Daten muß unbedingt berücksichtigt werden.

Ein so entwickeltes Programm für diese Aufgabe wurde an einer Schule in Mailand erfolgreich eingesetzt.

Als letztes Spezialgebiet wird das sogenannte maschinelle Lernen betrachtet. Die einschlägige Literatur beschäftigt sich fast ausschließlich mit der Erkennung allgemeiner Gesetzmäßigkeiten anhand einer Menge von positiven und negativen Beispielen.

Die Hypothesen über Gesetzmäßigkeiten, die dabei entstehen, werden in verschiedener Weise abgewandelt und gemischt. Auch hier sind die Freiheitsgrade der Darstellung stark eingeschränkt. Wie es nicht anders zu erwarten ist, werden sehr viele Beispiele zur Stabilisierung erfolgreicher Hypothesen benötigt. Die behandelten konkreten Gesetzmäßigkeiten als solche besitzen im übrigen eine äußerst einfache Struktur.

Die Zusammenfassung des Buchinhaltes, die der Autor im Schlußabschnitt gibt, ist stark an den aus seiner Sicht aktuellen Einzelfragen orientiert. Andererseits versäumt er auch hier nicht, auf die Wichtigkeit des bereits mehrfach genannten Problems der Wahl geeigneter Datenstrukturen für konkrete Themenbereiche hinzuweisen. Bei der Vielfalt des behandelten Stoffes und der verwendeten Methoden ist dieses der eigentliche, integrierende Aspekt der Monographie.

Für zunehmend stärkere Verfahren zur zielgerichteten Optimierung

$$V_1 < \dots < V_n$$

(mit $<$ als Halbordnung)

wird dabei abnehmende Anwendbarkeit auf vorhandene Probleme

$$\text{domain}(V_n) \subseteq \dots \subseteq \text{domain}(V_1)$$

behauptet.

Die Frage, ob und inwieweit evolutive Verfahren für die Informatik insgesamt von wesentlicher Bedeutung sind, wird nicht ausführlich behandelt. Vermutlich setzt der Autor eine positive Antwort auf diese Frage auch auf seiten des Lesers voraus.

Stellungnahme

Im Rahmen dieses Überblicks erscheint mir folgende zusammenfassende Darstellung angemessen:

Die Nützlichkeit einer an genetischen Prozessen orientierten Suchmethodik ist jeweils nur innerhalb fest vorgegebener Rahmenbedingungen ersichtlich, und zwar um so mehr, je stärker die algorithmische Formulierung des Vorgangs auf die speziellen Suchziele Rücksicht nimmt. Eine allgemeine evolutive Optimierbarkeit beliebiger Zeichenketten, die in programmtechnischer oder sonstiger Weise vorläufige Lösungen eines Problems darstellen, ist unter realen Platz- und Zeitbeschränkungen nicht erkennbar.

**Eine Analogie zu
molekularbiologischen
Gegebenheiten ist sicherlich nur
unter erheblichen Vorbehalten
möglich.**

Eine Analogie zu molekularbiologischen Gegebenheiten ist sicherlich nur unter erheblichen Vorbehalten möglich, allein schon wegen der ganz unterschiedlichen Erhaltungsbedingungen bei Lebewesen und bei technischen Objekten.

Es muß jedoch angemerkt werden, daß die kausale Evolutionsforschung bei der Frage nach dem Erklärungspotential der bekannten genetischen Veränderungen auf konzeptuelle Unterscheidungen stößt, die den hier behandelten auffallend ähneln. JUNKER & SCHERER (1992) unterscheiden begrifflich zwischen Mikro- und Makro-Evolution. Mikro-Evolution im dort beschriebenen Sinne läßt sich etwa mit einem Suchverfahren bei vorheriger Festlegung von Datenstrukturen und problemspezifischen Operationen vergleichen. Demgegenüber läßt sich das Konzept der Makro-Evolution als vergleichbar mit einer uneingeschränkten Suche ohne zielgerichtete Faktoren aus-

weisen. Die Erkenntnisse über kausale Bedingungen einer behaupteten Makroevolution sind ähnlich gering wie die Erwartungen, die an eine völlig beliebige Suche gestellt werden können.

Das Buch von MICHALEWICZ läßt sich somit in der fachübergreifenden Diskussion allgemeiner evolutiver Paradigmen als technisch präzisierter Bezugspunkt nutzen.

Durch die Aufnahme des Buches in die bekannte „Artificial Intelligence Series“ haben die Herausgeber die sicher unerwünschte Nebenwirkung erzielt, daß man den Inhalt als nur fachspezifisch relevant für ein bestimmtes Teilgebiet der Informatik mißverstehen kann. Mir ist daran gelegen, daß der vorliegende Stoff

breiten Kreisen von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren bekannt wird. Darüber hinaus wäre zu wünschen, daß beispielsweise Mediziner und Geisteswissenschaftler den hier vorgenommenen Versuch einer Präzisierung von Möglichkeiten und Grenzen evolutiver Ansätze zur Kenntnis nehmen.

Literatur

JUNKER R, SCHERER S (1992) Entstehung und Geschichte der Lebewesen. 3. Aufl., Gießen.

MICHALEWICZ Z (1992) Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Springer Series „Artificial Intelligence“, Berlin – Heidelberg – New York.

K U R Z B E I T R Ä G E

Asteroiden im Visier der Weltraumerkundung

Lange Zeit hielt man Asteroiden für langweilige Felsbrocken, für die sich eine Weltraummission nicht lohnt. Sie sollen schon seit Jahrmilliarden geologisch inaktive, tote Körper sein, die keinen Magnetismus haben, gleichmäßig bekratert sein sollen und schon gar keinen Vulkanismus haben. Man wollte bei einem Vorbeiflug „eben mal vorbeischaun“, wenn es sich sozusagen nicht vermeiden läßt: Dann, wenn man z. B. im Rahmen einer „richtigen“ Weltraummission mehr oder weniger zufällig an einem solchen Objekt vorbeikommen sollte. Dies ist inzwischen wiederholt geschehen und prompt hat sich das Bild gewandelt.

Die Asteroiden kamen erstmals ins Gespräch, als gegen Ende des auslaufenden 18. Jahrhunderts und zu Beginn des 19. Jahrhunderts zweierlei zusammenkam: Zum einen wurde eine mathematische Gesetzmäßigkeit für Planetenabstände erkannt und zum anderen ein Objekt zwischen den Planeten Mars und Jupiter entdeckt.

Überzeugt von einer strengen Ordnung im Planetensystem gingen die beiden Herren TITUS und BODE daran, einen mathematischen Zusammenhang für die Abstände der Planeten von der Sonne zu suchen. Dieser Zusammenhang ist in Tab. 1 wiedergegeben. Neben den mathematisch gefundenen Werten in Einheiten von AE (1 Astronomische Einheit als „Metermaß“ des Planetologen entspricht dem mittleren Abstand von Sonne und Erde von ca. 150 Millionen Kilometern) sind die gemessenen Werte angegeben. Ein Vergleich zeigt neben einer verblüffenden Übereinstimmung beider Zahlengruppen einen Hinweis auf



Abb. 1:
Erstes Bild eines
Asteroiden (Gaspard)
durch die Raumsonde
Galileo.

eine Lücke. Der „Verband der Planetenjäger“ sollte diese Lücke durch eine großangelegte Suche schließen.

Die Ereignisse kamen diesem ehrenwerten Verein jedoch zuvor: Im Jahre 1801 hatte der italienische Astronom G. PIAZZI im Raum zwischen Mars und Jupiter Ceres entdeckt, der mit seinem Durchmesser von knapp über 1000 km den größten Kleinplaneten darstellt. Diese Entdeckung galt als eine glänzende Bestätigung der Voraussage durch TITUS-BODE.

Es wurde jedoch schnell klar, daß dieser Körper aufgrund seiner Größe letztlich nicht der gesuchte Planet sein konnte. Dafür war er zu klein. Inzwischen sind eine ganze Reihe von Körpern in dieser Region bekanntgeworden und die Entdeckungen in diesem Bereich sind noch nicht abgeschlossen. Bis heute sind etwa 3500 Objekte numeriert; mehrere Tausend wurden nur für kurze Zeit gesehen, gingen dann aber wieder aus dem Gesichtsfeld verloren. Gelegentlich gelingt dank moderner Foto- und Computertechnik noch nach Jahrzehnten eine Wiederentdeckung. Man geht heute davon aus, daß es eine Million Asteroiden mit einem Durchmesser von über 1 Kilometer gibt. Einige Objek-